山地研究(SHANDI YANJIU)=MOUNTAIN RESEARCH,1995,13(3):195—198

山地降水垂直分布模式计算方法的改进

喻家龙　　喻洁
(安徽师范大学地理研究所,芜湖市,241000)　(芜湖教育学院,芜湖市,241000)

提　要　以傅抱璞公式为出发点,直接对抛物线进行二次响应面回归,计算简便、精确度高;同时还对山地降水高斯模式进行了简化,并将其应用于黄山降水分析中,效果较好.

关键词　山地降水　垂直分布　模式计算　二次响应面回归

国内外学者对山地降水垂直分布的研究已取得了许多成果,给出了各种经验公式.但山地降水垂直分布模式算法不够简便,计算结果尚欠精确,为此提出粗浅看法和改进意见.

1　山地降水垂直分布模式算法简评

在山地降水垂直分布模式中,最有代表性和广泛应用的就是傅抱璞提出的经验公式[1,2]

$$P_Z = P_h + a[(2H - Z)Z - (2H - h)h], \tag{1}$$

式中　P_Z 为海拔 Z(m)的山地降水量(mm);P_h 为海拔 h(m)的山麓降水量(mm);H 为最大降水量高度(m);a 为反映地区特点的参数.

式(1)实质为一抛物线

$$P_Z = - aZ^2 + bZ + C, \tag{2}$$

傅氏算法是[3]:先根据实践经验确定 H,令 $X=(2H-Z)Z$,$b_1=P_h-a(2H-h)h$、对 $P_Z=ax+b_1$ 作直线回归,得出 a,b_1 的估计值,从而得到 P_h 估计值及相应的残差平方和 Q. 然后,以一定步长不断改变 H 值进行拟合,直至得到满意的 Q 值. 显然,算法较繁.

为此,文献[4]引入降水平均递增率 Γ[1)],将傅氏公式变换为 $\Gamma=-aZ+a(2H-h)$ 的线性方程式,对 Γ,Z 作直线回归,一次得出 a,H 的估计值. 算法简便,但精度下降了. 因变换后最小二乘法回归的结果,仅对 Γ 和 Z 的线性关系而言是最佳的,当还原为抛物线方程式后,对 P_Z 和 Z 的曲线关系则不是最佳的.

文献[5]提出山地降水垂直分布可用高斯曲线来描述,即

$$P_Z = ae^{-b(Z-H)^2} + C, \tag{3}$$

式中　P_Z 为海拔 $Z(m)$的降水量,参数 a,b,c 及最大降水量高度 H 待定.

其计算方法首先将式(3)化为直线

$$\ln(P_Z - C) = \ln a - b(Z - H)^2, \tag{4}$$

然后据观测资料 P_Z,Z,凭经验以一定步长分别假定 H,C 值,对 $\ln(P_Z-C)$和$(Z-H)^2$ 进行

1) $\Gamma=P_Z-P_h/Z-h$.

本文收稿日期:1994-10-26,改回日期:1995-05-10.

直线回归，得出 a，b 及相应的残差平方和 Q 值．不断搜索直至得到满意的 Q 值．

该算法有下列问题存在：第一，拟合结果仅对 $\ln(P_Z-C)$ 和 $(Z-H)^2$ 为最佳，并非对 P_Z，Z 最佳．第二，式(4)中含有4个参数，而在文献[5]用来拟合的降水资料，测点太少(只有6个或5个)，拟合结果在统计上可信性不强．第三，在测点个数不变的情况下，参数增加一般必会降低 Q 值．因此将所得结果与傅氏3参数拟合结果相比较是不妥的．

2 计算方法的改进

针对上述计算方法的不足之处，对不同模式分别采用二次响应面回归和非线性回归等方法．

2.1 对抛物线模式直接作二次响应面回归

由于傅氏公式的出发点是3参数的抛物线式(2)，计算方法也是对 H，P_h，a 3参数进行拟合，二者是一致的，是一个二次回归问题．所以，可直接对式(2)进行最小二乘拟合，即选取 a，b，c 使得残差平方和

$$Q=\sum_{i=1}^{n}[P_{Z_i}-(-aZ_i^2+bZi+C)]^2,$$

达到最小．在拟合过程中，先将数据标准化以减小一次项与二次项的共线性影响．直接对式(2)进行拟合，一则不需对 H 作估计和搜索，手续简便；二则计算结果更为精确．

用此方法，对秦岭南坡和伏牛山南坡的降水观测资料[4]，作了二次响应面回归，回归方程为

秦岭南坡 $P_Z=-0.000002399Z^2+0.071691Z+878.35$，

伏牛山南坡 $P_Z=-0.000117Z^2+0.395519Z+767.08$，

拟合结果(表1)．

由表1可看出，拟合结果中最大相对误差的绝对值，秦岭南坡仅为0.51%，伏牛山南坡也只有2.25%，拟合效果较为理想．为了便于比较，将直接二次响应面回归和傅氏计算的结果列于表2．

由表2可明显看出，直接拟合比傅氏的残差平方和Q有明显减小．因此直接拟合的结果更为精确．

表1 秦岭和伏牛山南坡年降水量随高度的变化

Table 1 The yearly precipitation change with altitude in the south slope of Qingling and Funiu Mountains

	海拔(m)	实测年降水量(mm)	计算年降水量(mm)	残差	相对误差(%)
秦岭南坡	2000	1011	1012.14	−1.14	−0.123
	1767	1000	997.54	2.36	0.236
	1200	956	960.92	−4.92	−0.512
	967	949	945.43	3.57	0.378
	887	943	940.05	2.95	0.314
	767	929	931.92	−2.92	−0.313
伏牛山南坡	1520	1083	1098.22	−15.22	−1.380
	1320	1110	1085.51	24.49	2.250
	810	1000	1010.77	−10.77	−1.060
	391	898	903.86	−5.86	−0.648
	247	865	857.65	7.35	0.857

2.2 简化高斯模式及其应用

针对文献[5]的上述问题，对高斯模式进行修改简化．式(3)中，由于 $\lim_{Z\to\infty}P_Z=C$，即 C 为海拔无穷高处的降水量，而在一般情况下可将其视为零．因此式(3)可简化为

$$P_Z = ae^{-b(Z-H)^2}. \tag{5}$$

采用简化的高斯模式,参数只有3个,相对于数目少的数据,在统计上比4参数模式可信度高;能与3参数的傅氏公式进行比较.

将式(5)直线化

$$\ln(P_Z) = \ln a - b(Z-H)^2, \tag{6}$$

利用此方程对原始数据进行拟合,确定参数a,b,H,以此为初值,直接对式(5)进行非线性回归. 从而可得到对P_Z,Z较优的结果,大大提高精度.

现用此方法,对黄山1979—1980年降水量均值数据进行拟合. 根据统计分析[1)],这两年的年降水量在正常波动范围内.

表2　两种方法计算结果比较

Table 2　Comparison between the two calculating methods

地　区	模　式	计算方法	残差平方和Q	复相关系数
秦岭南坡	傅氏	傅氏	192.0	0.991
		直接二次响应面回归	61.6	0.994
伏牛山南坡	傅氏	傅氏	1145.0	0.992
		直接二次响应面回归	1035.9	0.998

为便于比较,先对黄山数据用抛物线模式直接进行二次响应面回归. 回归方程为

$$P_Z = -0.00064Z^2 + 1.727Z + 1469.189, \tag{7}$$

残差平方和$Q=4063.86$,其它计算结果(表3).

再用式(5)和非线性回归,其迭代方法用Marquardt法. 回归方程为

$$P_Z = 2647.12\exp\{-2.95 \times 10^{-7}(Z-1346.42)^2\}, \tag{8}$$

残差平方和$Q=1414.29$. 计算结果(表4).

表3　傅氏模式二次响应面回归结果

Table 3　Quadratic responding sarface regression based on Fu's formula

海拔(m)	实测年降水量(mm)	计算年降水量(mm)	残差	相对误差(%)
1840	2453.5	2470.90	−17.40	−0.704
1340	2673.9	2625.42	48.48	1.846
890	2466.8	2490.83	−24.03	−0.964
650	2289.4	2313.04	−23.64	−1.020
229	1839.6	1823.02	16.58	0.909

表4　简化高斯模式非线性回归结果

Table 4　Nonlinear regression based on simplified normal frequency distribution formula

海拔(m)	实测年降水量(mm)	计算年降水量(mm)	残差	相对误差(%)
1840	2453.5	2463.17	−9.667	−0.392
1340	2673.9	2647.08	26.816	1.013
890	2466.8	2489.00	−22.205	−0.892
650	2289.4	2293.51	−4.114	−0.179
229	1839.6	1830.02	9.579	0.523

计算结果表明,利用简化高斯曲线,采用非线性回归对黄山降水进行拟合,其残差、相对误差以及残差平方和均比利用抛物线模式拟合的结果明显下降. 最大相对误差的绝对值由1.846下降到1.013,残差平方和从4 063.86降至1 414.29. 这也就是说,对黄山降水量随海拔的变化采用简化高斯曲线描述更接近实际.

对式(2)求导,

$dP_Z/dZ=-2aZ+b$,当$Z<b/2a$,即$Z<H$时,$dP_Z/dZ>0$,降水量随高度的增加而增加,且增加率越来越小,到$Z=H$时增加率为零. 当$Z>b/2a$,即$Z>H$时,$dP_Z/dZ<0$,降水随

1)喻家龙等. 黄山南坡降水量垂直分布规律的探讨.

高度的增加而减少．显然，降水量垂直分布规律为随海拔增加，降水量先增加后减少，其间存在有最大降水量高度．根据函数求极值的法则，对式(7)求最大降水量高度，得$H=1349$m．此与文献[2]中指出的1400 m左右十分接近．

3 结 语

综上所述，对抛物线模式直接拟合，方法简便，在实际应用中精确度高；高斯模式的简化以及对其进行非线性回归，应用效果理想．这对于研究山地降水垂直分布，无疑是有一定参考价值的．但这里需要指出的是：实际降水曲线多属类抛物线型，最大降水量高度以上的计算值与实际可能有较大出入．因此抛物线的适用范围是最大降水量高度以下及其以上不远的地方．对于简化的高斯模式，仅就黄山降水资料进行了拟合，应用到其它山地由于地理位置等的影响，此模式可能具有一定的局限性．这一点有待进一步研究．

参 考 文 献

[1] 傅抱璞．山地气候．北京：科学出版社，1983．206—207，237—242．
[2] 翁笃鸣，罗哲贤．山区地形气候．北京：气象出版社，1990．303—314．
[3] 傅抱璞．关于山地气候资料的推算问题．山地气候文集．北京：气象出版社，1984．32—33．
[4] 闫育华，赖洪年．利用降水平均递增率求山地最大降水高度．地理研究，1987，6(1)：62—67．
[5] 蒋忠信．山地降水垂直分布模式讨论．地理研究，1988，7(1)：73—77．

THE IMPROVEMENT AND APPLICATION OF MOUNTAIN PRECIPITATION VERTICAL DISTRIBUTION FORMULAS

Yu Jialong
(*Institute of Geography, Anhui Normal University Wuhu* 241000)

Yu Jie
(*Wuhu Educational College Wuhu* 241000)

Abstract

The formulas and their caculating methods of vertical distribution of Mountain precipitation have been analysed and improved in this paper. First, on the basis of Fu′s formula the parabola model has been regressed directly (without linearization). Thus, the easier calculation and higher precision have been obtained. Second, another model called normal frequency distribution formula has been reasonably simplified. Third, the simplified normal frequency distribution formula has been successfully applied to the amalysis of Huangshan Mountain precipitation.

Key words Mountain precipitation, vertical distribution, formula calculation, Quadratic responding surface regression