

文章编号: 1008-2786-(2018)3-382-09

DOI: 10.16089/j.cnki.1008-2786.000334

泥石流浆体黏度计算中最大体积分数的确定

杨红娟^{1,2}, 韦方强³, 胡凯衡²

(1. 中国科学院山地灾害与地表过程重点实验室, 成都 610041; 2. 中国科学院、水利部成都山地灾害与环境研究所, 成都 610041;
3. 中国科学院重庆绿色智能技术研究院, 重庆 400714)

摘 要: 泥石流浆体的黏度是泥石流运动模型中的重要参数。利用相对黏度-颗粒体积分数的计算方法得到浆体黏度需要最大体积分数这一关键参数。本文利用不同来源泥石流堆积物中的细颗粒部分配置浆体开展流变实验, 研究最大体积分数的确定方法。首先利用 Anton Paar MCR301 流变仪的同心圆筒系统测量每个细颗粒土体在不同颗粒体积分数下的流变曲线, 通过宾汉模型得到各样品的塑性黏度, 进而计算其与同温度下清水的相对黏度。然后利用 6 个应用较为广泛的相对黏度-颗粒体积分数计算方法对实验数据进行拟合, 对各方法拟合的最大体积分数进行比较, 分析其与细颗粒土体的特征体积分数(随机疏松堆积体积分数、随机密实堆积体积分数、击实体积分数、沉积稳定体积分数)的关系。结果显示对于同一土体配置的浆体, 不同计算方法拟合的最大体积分数有所不同, 但是同一种方法得到的不同土体的最大体积分数与土体的击实体积分数存在显著的线性关系, 据此建立了各计算方法中最大体积分数的经验计算式。此外还建立了浆体相对黏度与颗粒体积分数、击实体积分数之间的指数关系式, 该式可用于估算中等浓度和高浓度浆体与清水的相对黏度。

关键词: 泥石流; 浆体; 黏度; 最大体积分数; 宾汉模型

中图分类号: TV144; P642.23

文献标志码: A

泥石流浆体的黏度是泥石流运动模型中的重要参数, 当浆体中不包含 1 mm 以上的颗粒时, 其黏度可通过常规流变仪测量得到, 但是破坏力较强的黏性泥石流浆体中通常含有 1 mm 以上的颗粒^[1], 此时由于常规流变仪测量粒径的限制, 其黏度无法直接测量, 需要根据浆体中固体颗粒的含量进行计算。在该计算中需要颗粒最大体积分数(ϕ_m)这一关键参数, 该参数代表浆体能够发生流动的极限体积分数, 即浆体黏度趋于无穷大时的固体体积分数。对于高浓度颗粒悬浮液, ϕ_m 的取值对悬浮液黏度的计算精度影响巨大。

ϕ_m 与颗粒粒径级配、形状等因素有关^[2-4], 可通过三种方法确定。最常用的方法是数据拟合, 即将悬浮液体积分数和黏度的测量值代入某一计算方法, 拟合得到计算方法中的各项参数, 包括 ϕ_m 。这

种方法需要大量实验数据, 应用不便。第二种方法是用颗粒堆积体积分数得到 ϕ_m 。该方法操作简便, 但是目前的研究结论并不一致, 有的研究表明最大体积分数与随机密实堆积体积分数接近^[5], 有的研究则发现二者差异较大^[6]。其实, 即使对于无粘性均匀球形颗粒悬浮液这一最简单的情况, 文献中 ϕ_m 的拟合值也在一个较大范围内变动, 大部分位于 0.55 ~ 0.68^[7], 并非严格等于随机密实堆积体积分数 0.64^[8], 因此在应用中需要进一步确定 ϕ_m 与颗粒堆积体积分数的关系。第三种方法是根据颗粒级配信息计算其随机堆积体积分数, 并赋予 ϕ_m 。目前计算颗粒随机堆积体积分数的方法较多^[9-10], 应用结果表明用这些方法计算的球形颗粒的最大体积分数可以接近拟合值^[11-12], 但是当颗粒形状不规则或颗粒间存在化学作用时差异很大^[13], 因此这种方法

收稿日期 (Received date): 2017-09-25; **改回日期** (Accepted date): 2018-06-15

基金项目 (Foundation item): 国家自然科学基金项目(41201011)。[National Natural Science Foundation of China (41201011)]

作者简介 (Biography): 杨红娟(1982-), 女, 河南许昌人, 副研究员, 主要研究方向: 山地灾害基础理论。[YANG Hongjuan (1982-), female, born in Xuchang, Henan province, associate professor, research on mountain hazards.] E-mail: yanghj@imde.ac.cn

仅适用于无黏性球形颗粒。同时,由于该方法基于 ϕ_m 与随机密实堆积体积分数相等这一条件建立,该条件的不确定性也会带来该方法的不准确性。泥石流浆体中颗粒形状不规则且包含黏性颗粒,无法利用颗粒级配信息计算其最大体积分数。

为了研究泥石流浆体黏度计算中最大体积分数这一参数的确定方法,本文利用多条沟道泥石流堆积物中的细颗粒部分配置不同浓度的泥浆体,开展流变实验。首先测量浆体黏度,计算浆体与清水的相对黏度,然后利用相对黏度-颗粒体积分数计算方法拟合得到各细颗粒土体对应浆体悬浮液的最大体积分数,分析最大体积分数与土颗粒各种特征堆积体积分数之间的关系,试图通过相对容易测量的土颗粒特征体积分数来估算最大体积分数。

1 实验材料和实验方法

1.1 实验材料

实验所用土样取自四川省和云南省的9条泥石流的泥石流堆积物,为了使实验材料的颗粒级配在流变仪测量范围内(最大粒径1 mm)有较大的变化范围,利用不同孔径的土样筛(0.1~1 mm)对原始土样进行筛分,筛下部分作为实验材料。利用Mastersizer2000激光粒度分析仪测量各样品的颗粒级配,结果如图1所示。各样品的中值粒径及颗粒密度列于表1,S7的中值粒径最小,为0.011 mm,S2的中值粒径最大,为0.081 mm。

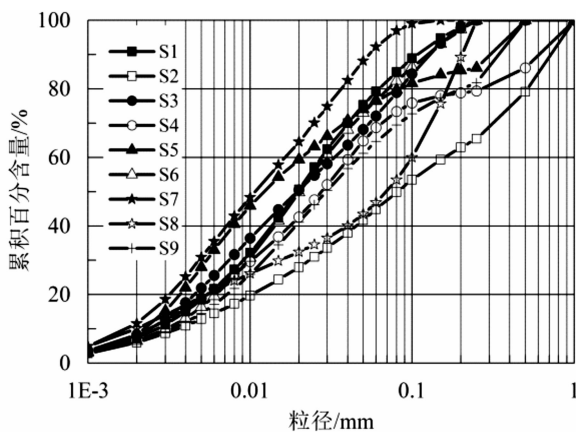


图1 实验材料的颗粒级配

Fig. 1 Grading curves of the experimental materials

ϕ_m 代表样品的一种接触状态,综合反映颗粒级配和形状的影响。为了分析 ϕ_m 的取值,本文测试

了实验材料烘干后在几种堆积状态下的体积分数,包括:

1) 随机疏松堆积体积分数

用勺子取烘干后经过研磨的土样,轻轻抖动散落到一个直径70 mm、深37 mm的圆柱形容器中。装满后将容器表面修平,测量容器中土体的质量,计算其随机疏松堆积干密度 ρ_{RLP} ,进而计算出相应的体积分数,记为 ϕ_{RLP} 。计算式如下:

$$\phi_{RLP} = \frac{\rho_{RLP}}{\rho_s} \quad (1)$$

式中: ρ_s 为固体颗粒的密度($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)。

2) 随机密实堆积体积分数

用勺子取烘干后经过研磨的土样,轻轻抖动散落到上述容器中。装满后左右晃动容器,土体体积逐渐减小,待其稳定后继续加样,重复以上过程,直到把容器加满。修平上表面,测量土体质量,计算其随机密实堆积干密度 ρ_{RCP} ,进而根据式(1)计算相应的体积分数,记为 ϕ_{RCP} 。

3) 击实体积分数

依照《土工试验规程》^[14]中轻型击实试验的操作步骤,在直径102 mm、高116 mm的击实筒中对样品进行手工击实,试验结束计算样品的击实干密度,进而根据式(1)计算相应的体积分数,记为 ϕ_{CP} 。

4) 沉积稳定体积分数

取各土样分别配置500 ml(V_0)固体体积分数为0.45(ϕ_0)的浆体,置于量筒中。浆体发生整体沉降,形成水、泥界面,每隔24 h记录一次界面位置,若连续两次记录的位置不变,则表明样品已形成稳定沉积,记此时界面位置对应体积为 V_{DP} ,则界面以下浆体密度 ρ_{DP} 可通过下式计算:

$$\rho_{DP} = \frac{\rho_0 V_0 - \rho_w (V_0 - V_{DP})}{V_{DP}} \quad (2)$$

式中: ρ_w 为水的密度($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$); ρ_0 为样品初始密度($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$),通过 V_0 和 ϕ_0 计算:

$$\rho_0 = \rho_w + \phi_0 (\rho_s - \rho_w) \quad (3)$$

进而计算样品稳定沉积下的固体体积分数 ϕ_{DP} :

$$\phi_{DP} = \frac{\rho_{DP} - \rho_w}{\rho_s - \rho_w} \quad (4)$$

各样品的随机疏松堆积体积分数、随机密实堆积体积分数、击实体积分数、沉积稳定体积分数均列于表1。总体而言,颗粒粒径越粗,对应体积分数越大。对于所有土样, $\phi_{RLP} < \phi_{RCP} < \phi_{CP}$,且 ϕ_{RLP} 越大,

表 1 实验材料的特征体积分数

Tab. 1 Characteristic solid fractions of the experimental materials

样品编号	来源	泥石流类型	$\rho_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	D_{50} / mm	ϕ_{RLP}	ϕ_{RCP}	ϕ_{CP}	ϕ_{DP}	ϕ
S1	银厂沟	黏性	2663	0.020	0.350	0.459	0.531	0.464	0.325 - 0.475
S2	花石板沟	黏性	2706	0.081	0.453	0.550	0.636	0.512	0.400 - 0.550
S3	红椿沟	黏性	2666	0.020	0.386	0.491	0.609	0.500	0.325 - 0.500
S4	魏家沟	黏性	2677	0.028	0.435	0.530	0.627	0.495	0.375 - 0.525
S5	蒋家沟	黏性	2752	0.012	0.306	0.379	0.611	0.454	0.300 - 0.480
S6	高家沟	黏性	2698	0.020	0.353	0.450	0.550	0.498	0.360 - 0.480
S7	深溪沟	稀性	2744	0.011	0.258	0.318	0.562	0.448	0.280 - 0.460
S8	文家沟	黏性	2688	0.069	0.501	0.587	0.663	0.572	0.460 - 0.600
S9	矮子沟	黏性	2708	0.029	0.408	0.500	0.634	0.567	0.420 - 0.540

$\phi_{\text{CP}}/\phi_{\text{RLP}}$ 越小。沉积稳定接触与随机疏松接触相比,黏土与水结合,土体体积减小,故 $\phi_{\text{DP}} > \phi_{\text{RLP}}$ 。 ϕ_{DP} 与 ϕ_{RCP} 的相对大小不确定,土样中黏粒含量较高时, $\phi_{\text{DP}} > \phi_{\text{RCP}}$, 如 S7, 否则 $\phi_{\text{DP}} < \phi_{\text{RCP}}$, 如 S2。

1.2 实验流程

分别利用各土样和纯净水按比例配置 7 ~ 10 个不同固体体积分数的泥浆体,浆体浓度不宜过小,以保证固体颗粒不会快速沉降。各土样对应浆体的体积分数范围有所不同,如表 1 所示。为了使土颗粒与水充分接触,浆体样品搅拌均匀后静置 24 小时,再次搅拌均匀后开展流变实验。

流变实验所用仪器为奥地利 Anton Paar 公司生产的高级旋转流变仪 Physica MCR301。实验所用测量系统为光滑边壁的同轴圆筒系统,如图 2 所示,转子半径 $r_i = 15.215 \text{ mm}$,测量筒半径 $r_o = 21.001 \text{ mm}$,转子长度 $L = 45.6 \text{ mm}$,利用循环水浴保证测量温度为 $20^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$ 。实验流程为:(1)将一定体积的样品倒入测量筒,将转子缓慢下降到测量位置;(2)将转子保持在一个较高的转速下进行 30 s 的预剪切,以保证样品在测量筒内分布均匀;(3)保持扭矩为 0 并持续 2 min,以释放因转子进入测量筒及预剪切引起的应力;(4)设置不同的转子转速,测量该转速下转子受到的扭矩。

在浆体的流变实验中,颗粒沉降问题很难完全避免,为了减少颗粒沉降对实验结果的影响,本研究中通过两种方法对有明显沉降的样品进行剔除:一种方法是观察测量结束后转子表面,若黏附在转子表面的泥浆呈现“上细下粗”的现象,则剔除该样品;另一方法是利用测量出的各浆体的宾汉屈服应

力(见 2.1 节)根据文献^[15]所述方法计算浆体能够悬浮的最大颗粒粒径,若样品实际最大粒径超过该计算值,则剔除该样品。

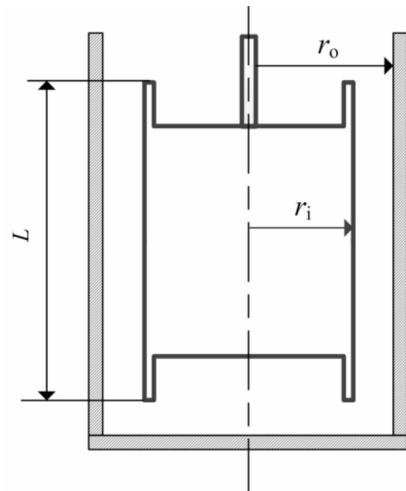


图 2 同心圆筒系统示意

Fig. 2 Sketch of the concentric cylinder system

2 结果和讨论

2.1 浆体的流变特性

本文在进行流变实验时所用同心圆筒系统为宽缝系统,剪切速率在圆筒缝隙内分布不均匀,从转子外壁到测筒内壁,剪切速率逐渐减小。仪器所测原始数据为角速度和扭矩,将扭矩转换为转子处的剪应力,以 S3 为例,不同体积分数浆体的剪应力(τ) - 角速度(ω)关系如图 3 所示。当浆体浓度较低时($\phi < 0.4$),曲线分为三段:角速度较小时,剪应

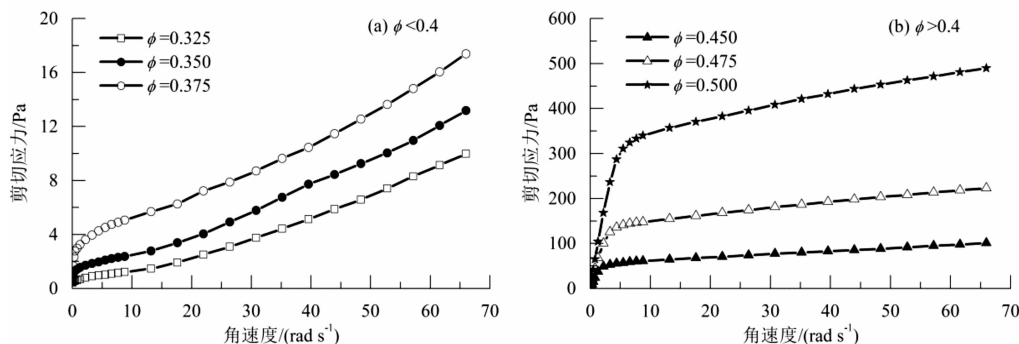


图3 不同浓度浆体的剪切应力-角速度关系曲线(样品 S3)

Fig. 3 Shear stress versus rotational speed for slurries with different solid fractions (sample S3)

力随角速度增加快速增加,呈现为类似牛顿体的特性,该现象系边壁滑动引起^[16];角速度较大时剪应力随角速度增加缓慢增加,呈现为宾汉体特性,该段为层流段;随着角速度的继续增大,剪应力随角速度增加的速度又有所增加,表现为剪切稠化,该现象由样品进入紊流状态引起。当悬浮液浓度较高时($\phi > 0.4$),样品不易进入紊流状态, $\tau - \omega$ 曲线只有前两段。

由于宾汉模型广泛用于描述泥浆体的流变特性^[17],本文利用宾汉模型进行数据分析,其表达式为:

$$\tau = \tau_B + \eta \dot{\gamma} \quad (5)$$

式中: τ_B 为宾汉屈服应力(Pa); η 为塑性黏度(Pa·s); $\dot{\gamma}$ 为剪切速率(s^{-1})。对于牛顿体, $\tau_B = 0$ Pa, η 称为黏度系数。宾汉模型的参数可以根据层流段的剪切应力和角速度拟合得到^[18]:

$$\tau = \tau_B \left(\frac{2S^2}{S^2 - 1} \right) \ln S + \eta \frac{2S^2}{S^2 - 1} \omega \quad (6)$$

式中: S 为测量筒半径和转子半径的比值。根据式(6)拟合的各样品的屈服应力和塑性黏度如图4所

示。同一固体体积分数下,不同土样对应的浆体的塑性黏度和屈服应力不同,S8、S9 的值较小,S5、S7 的值较大。对于同一土样,其屈服应力、塑性黏度与固体体积分数基本呈指数关系,这与文献^[19-21]中关于泥浆体流变参数的研究结果一致。

2.2 浆体最大体积分数的确定

文献中关于颗粒悬浮液的黏度与颗粒体积分数关系的研究很多,在这些研究中都使用了相对黏度(η_r)的概念,即悬浮液(本研究为泥浆)黏度与悬浮介质(本研究为清水)黏度的比值,因此建立的关系式为 $\eta_r - \phi$ 关系式,本文取一些应用较多的 $\eta_r - \phi$ 关系式对实验数据进行拟合。

Krieger & Dougherty^[22]提出的半经验公式应用广泛:

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-[\eta]\phi_m} \quad (7)$$

式中: $[\eta]$ 为固体颗粒的特征黏度,对于球形颗粒, $[\eta] = 2.5$ 。

Chong 等^[23]通过对高浓度球形颗粒悬浮液的研究提出如下计算式:

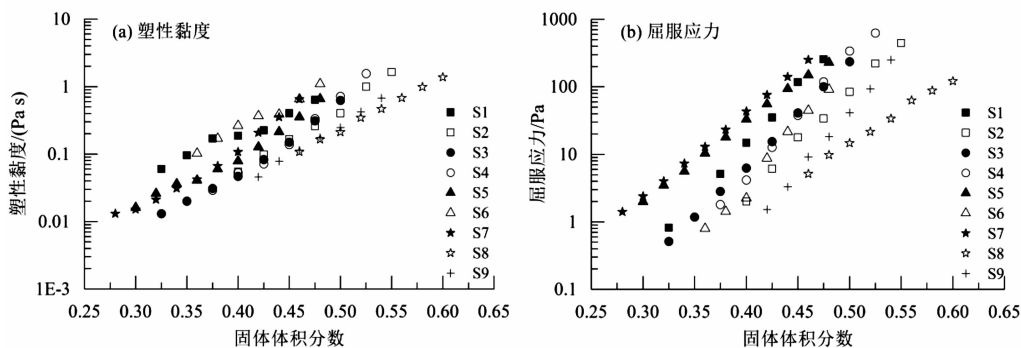


图4 浆体的塑性黏度(a)和屈服应力(b)与固体体积分数的关系

Fig. 4 Plastic viscosity (a) and yield stress (b) versus solid fraction for the experimental materials

$$\eta_r = \left[1 + \frac{0.75\phi/\phi_m}{1 - \phi/\phi_m} \right]^2 \tag{8}$$

对于研究中使用的均匀玻璃球, ϕ_m 取 0.605。

Dabak & Yucel^[13] 对高剪切速率下高浓度悬浮液提出了如下计算式:

$$\eta_r = \left[1 + \frac{[\eta]\phi\phi_m}{2(\phi_m - \phi)} \right]^2 \tag{9}$$

近年来,一些研究者根据自己的实验结果提出了新的计算式,如 Liu 等^[21] 提出了充分剪切条件下高浓度悬浮液相对黏度的计算式:

$$\eta_r = [a(\phi_m - \phi)]^{-2} \tag{10}$$

式中:参数 a 通过拟合得到。该式应用于陶瓷悬浮液时与实验数据吻合良好。

Zarraga 等^[25] 根据球形颗粒悬浮液的实验结果拟合的式子为:

$$\eta_r = \frac{\exp(-2.34\phi)}{(1 - \phi/\phi_m)^3} \tag{11}$$

Horri 等^[26] 针对陶瓷悬浮液提出的计算方法为:

$$\eta_r = 1 + 2.5\phi + K\phi\left(\frac{\phi}{\phi_m - \phi}\right)^2 \tag{12}$$

式中:参数 K 通过拟合得到。

这些式子通常符合两个条件:(1)当 $\phi \rightarrow \phi_m$ 时, $\eta_r \rightarrow \infty$; (2)当 $\phi \rightarrow 0$ 时,回归 Einstein 公式 $\eta_r = 1 + [\eta]\phi$ ^[27]。实验所得浆体的塑性黏度除以同温下清水的黏度可以计算出各浆体的相对黏度,代入上述各计算式,拟合结果如表 2 所示。利用平均相对误差(MRE)评价计算结果,总体而言,Chong 方法和 Zarraga 方法的误差很大,因为这两种计算方法都是针对球形颗粒悬浮液建立的,只有 ϕ_m 一个待定参数。其他四种方法均有两个待定参数,拟合误差较小。这四种计算方法拟合的 ϕ_m 值存在差异,Liu 方法拟合值最小,Dabak 方法其次,Krieger & Dougherty 方法最大,其中样品 S1 和 S6 的拟合值超过 1,失去了正常物理意义范畴。其他研究者^[26,28-29] 的研究结果也表明对于同一组实验数据,不同计算方法会得到不同的 ϕ_m 值。

表 2 不同相对黏度计算方法的拟合结果

Tab. 2 Results of the nonlinear regression for different $\eta_r - \phi$ relationships

样品编号	Krieger & Dougherty 方法				Chong 方法			Dabak & Yucel 方法			
	MRE/%	R ²	[η]	ϕ_m	MRE/%	R ²	ϕ_m	MRE/%	R ²	[η]	ϕ_m
S1	9.5	0.971	11.854	2.117	98.5	0.857	0.484	8.8	0.970	20.633	0.597
S2	9.0	0.992	6.994	0.704	95.3	0.852	0.557	13.5	0.980	12.325	0.597
S3	6.6	0.997	5.710	0.582	74.0	0.909	0.510	12.7	0.988	7.541	0.539
S4	11.5	0.992	5.925	0.597	84.2	0.880	0.532	17.6	0.978	8.939	0.556
S5	5.9	0.995	6.919	0.615	82.1	0.914	0.489	7.3	0.994	9.788	0.529
S6	14.5	0.935	11.179	1.161	101.5	0.807	0.487	14.8	0.927	21.781	0.575
S7	5.5	0.997	6.372	0.540	76.2	0.907	0.469	12.0	0.990	8.456	0.496
S8	5.6	0.994	7.456	0.912	104.4	0.824	0.607	10.3	0.982	14.465	0.676
S9	6.5	0.992	6.083	0.678	85.4	0.887	0.550	9.9	0.983	9.313	0.597
平均值	8.3	0.985	7.610	0.878	89.1	0.871	0.520	11.9	0.977	12.582	0.573

样品编号	Liu 方法				Zarraga 方法			Horri 方法			
	MRE/%	R ²	a	ϕ_m	MRE/%	R ²	ϕ_m	MRE/%	R ²	K	ϕ_m
S1	11.9	0.957	0.502	0.552	95.2	0.917	0.501	9.1	0.972	234.684	0.682
S2	19.7	0.964	0.599	0.587	92.5	0.928	0.571	9.5	0.990	43.857	0.613
S3	18.4	0.975	1.128	0.532	49.9	0.969	0.533	3.4	0.999	19.012	0.560
S4	23.0	0.964	0.882	0.551	67.2	0.953	0.548	11.9	0.991	20.941	0.566
S5	12.1	0.984	0.984	0.517	60.5	0.972	0.509	7.1	0.994	35.873	0.561
S6	16.3	0.912	0.451	0.546	95.7	0.869	0.501	14.4	0.935	173.593	0.616
S7	18.0	0.977	1.214	0.488	48.9	0.972	0.490	6.1	0.997	23.679	0.518
S8	14.3	0.965	0.426	0.658	103.4	0.906	0.621	7.0	0.991	71.235	0.701
S9	12.7	0.972	0.768	0.587	61.0	0.951	0.571	6.4	0.992	26.850	0.617
平均值	16.3	0.963	0.773	0.558	74.9	0.938	0.538	8.3	0.984	72.191	0.604

表 3 不同相对黏度计算方法的拟合结果(只有 ϕ_m 一个参数)

Tab.3 Results of the nonlinear regression for different $\eta_r - \phi$ relationships (varying with ϕ_m)

样品	Krieger & Dougherty 方法		Dabak & Yucel 方法		Liu 方法		Horri 方法	
	MRE/%	ϕ_m	MRE/%	ϕ_m	MRE/%	ϕ_m	MRE/%	ϕ_m
S1	36.3	0.615	30.5	0.527	15.1	0.586	26.3	0.569
S2	13.5	0.772	13.4	0.599	31.3	0.575	19.1	0.643
S3	39.7	0.805	53.1	0.603	46.7	0.562	40.8	0.667
S4	43.3	0.746	44.7	0.582	29.0	0.557	51.8	0.637
S5	12.4	0.688	23.8	0.559	26.9	0.537	20.3	0.617
S6	36.9	0.595	35.0	0.518	38.0	0.509	24.1	0.555
S7	27.3	0.640	44.4	0.537	56.0	0.526	36.2	0.601
S8	5.6	0.942	13.4	0.660	52.4	0.623	7.0	0.702
S9	20.6	0.908	20.8	0.636	12.9	0.586	21.8	0.693
平均值	26.2	0.746	31.0	0.580	34.2	0.562	27.5	0.632

除了参数 ϕ_m ,表 2 中其他参数的变化范围也很大,且无明显规律,应用不便。为了更便利的应用上述公式确定泥浆体的相对黏度,对拟合误差较小的四个公式(式(7)、(9)、(10)、(12))中 ϕ_m 之外的参数取 9 组数据的平均值,对各组实验数据再次进行拟合,拟合结果如表 3 所示。当只有待定参数 ϕ_m 时,各计算方法拟合误差普遍有所增加, ϕ_m 的拟合值也有一定变化,Krieger & Dougherty 方法拟合的 ϕ_m 值变化最大,若不考虑样品 S1 和 S6,平均变化量为 0.125,Liu 方法拟合的 ϕ_m 值变化最小,所有样品的变化量都在 0.04 以内。

ϕ_m 代表悬浮液中颗粒接触的一种临界状态,当 $\phi < \phi_m$ 时,颗粒之间主要为水动力作用,当 $\phi > \phi_m$ 时,接触、摩擦起主导作用^[30]。本研究开展的实验中所测 ϕ_{RLP} 、 ϕ_{RCP} 、 ϕ_{CP} 、 ϕ_{DP} 也表示不同的颗粒接触状态,因此尝试利用这些参数对 ϕ_m 进行估算。分别计算表 3 中各计算方法拟合的 ϕ_m 值与 ϕ_{RLP} 、 ϕ_{RCP} 、 ϕ_{CP} 、 ϕ_{DP} 的相关系数,列于表 4。对于 Krieger & Dougherty 方法、Dabak & Yucel 方法和 Horri 方法, ϕ_m 与 ϕ_{CP} 的相关性最强,通过了显著性水平为 0.01 的相关性检验。Liu 方法拟合的 ϕ_m 与各特征体积分数的相关系数均较小,其中与 ϕ_{CP} 的相关性最弱。但是进一步分析发现,Liu 方法拟合的 ϕ_m 与 ϕ_{CP} 的相关系数低主要源于样品 S1,去除该样品后,相关系数为 0.927,也通过了显著性水平为 0.01 的相关性检验。因此,可以建立利用 ϕ_{CP} 估算各方法的最大体积分数的经验关系:

Krieger & Dougherty 方法

$$\phi_m = 2.458\phi_{CP} - 0.735 \tag{13}$$

Dabak & Yucel 方法

$$\phi_m = 1.001\phi_{CP} - 0.023 \tag{14}$$

Liu 方法(去掉样品 S1)

$$\phi_m = 0.876\phi_{CP} + 0.023 \tag{15}$$

Horri 方法

$$\phi_m = 1.034\phi_{CP} + 0.008 \tag{16}$$

表 4 不同相对黏度计算方法所得 ϕ_m 值与土颗粒各种特征体积分数之间的相关系数

Tab.4 Correlation coefficients between ϕ_m and characteristic solid fractions of the experimental materials

相对黏度计算方法	ϕ_{RLP}	ϕ_{RCP}	ϕ_{CP}	ϕ_{DP}
Krieger & Dougherty 方法	0.742	0.681	0.885	0.867
Dabak & Yucel 方法	0.771	0.706	0.911	0.851
Liu 方法	0.741	0.726	0.565	0.675
Horri 方法	0.655	0.586	0.901	0.762

利用表 1 所列各土样的 ϕ_{CP} 及式(13) - (16)分别估算 Krieger & Dougherty 方法、Dabak & Yucel 方法、Liu 方法和 Horri 方法计算所需的最大体积分数 ϕ_m ,同时根据表 2 中参数 $[\eta]$ 、 a 、 K 的平均值,计算各浆体的 η_r 。各模型的计算值与测量值的对比如图 5 所示, η_r 较低时四种方法的估算值均整体偏大, η_r 较高时($\phi_m - \phi$)很小,较小的 ϕ_m 估算误差也会给 η_r 带来较大误差,因此个别数据点误差很大。若不考虑 Liu 方法中两个计算值与测量值差异超过

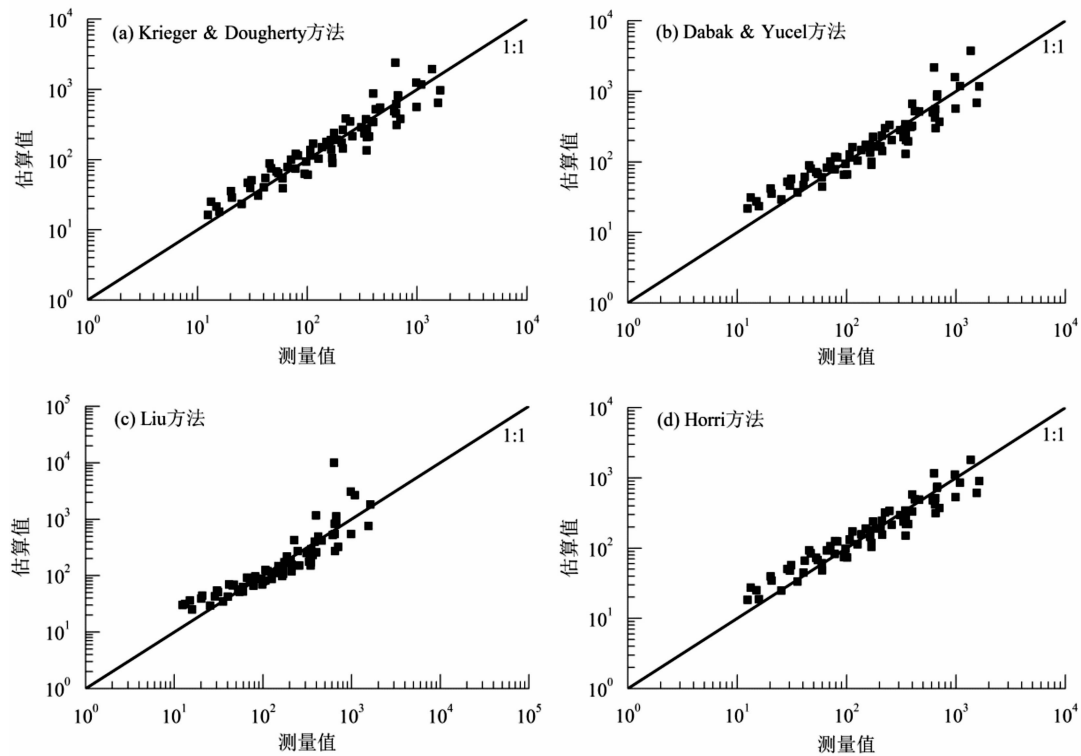


图5 相对黏度测量值与估算值的对比

Fig. 5 Comparison between predicted and experimental values of relative viscosity

10 倍的数据点,四种计算方法估算值的平均相对误差分别为 35.8%、40.8%、42.6% 和 34.0%。

从式(7) - (12)可以看出, η_r 主要和 ϕ/ϕ_m 有关,因此分别分析 η_r 与 ϕ/ϕ_{RLP} 、 ϕ/ϕ_{RCP} 、 ϕ/ϕ_{CP} 、 ϕ/ϕ_{DP} 的关系,结果表明 η_r 与 ϕ/ϕ_{CP} 的相关性最为显著,如图 6 所示,二者呈指数关系 ($R^2 = 0.926$),关系式为:

$$\eta_r = 0.0287 \exp(11.979\phi/\phi_{CP}) \quad (17)$$

式(17)的估算值与测量值的平均相对误差为 28.7%,小于上述四种方法。需要注意的是,式

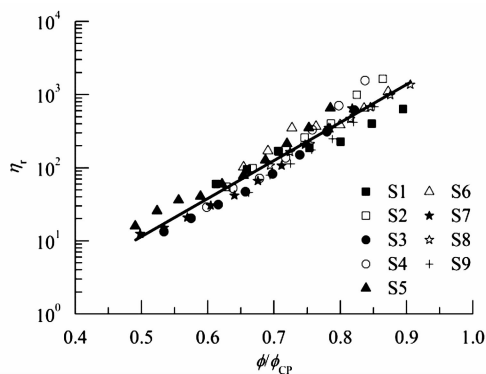
(17) 不满足 $\phi = 0$ 时, $\eta_r = 1$ 这一边界条件,因此只能用于中等浓度和高浓度的泥浆体。此外,各样品对应泥浆体的误差有较大差异,样品 S1 和 S9 的误差较大,平均相对误差分别为 52.8% 和 43.2%,样品 S2、S5、S6、S7 和 S8 的平均相对误差则低于 30%,这种差异很可能和黏土颗粒的矿物特性有关,需要做进一步的研究。

3 结论

利用 9 条泥石流沟的泥石流堆积物中的细颗粒样品,配置不同浓度的浆体开展流变实验,分析浆体塑性黏度与同温度下清水黏度的比值 η_r 的变化规律,研究浆体黏度计算中样品最大体积分数的确定方法,初步得到如下结论:

(1) Krieger & Dougherty 方法、Dabak & Yucel 方法、Liu 方法和 Horri 方法对浆体的 $\eta_r - \phi$ 关系拟合精度较高,拟合所得最大体积分数有所不同,但均与土样的击实体积分数存在显著的线性关系,因此可以利用击实体积分数估算最大体积分数。

(2) 各土样对应的浆体的塑性黏度均与固体体积分呈指数关系,但是不同土样的指数关系曲线

图6 相对黏度 η_r 与 ϕ/ϕ_{CP} 的关系Fig. 6 Relationship between relative viscosity (η_r) and ϕ/ϕ_{CP}

不同。将土样击实体积分数考虑在内,各浆体的相对黏度也可用指数方法 $\eta_r = 0.0287 \exp(11.979\phi/\phi_{CP})$ 估算。

本研究所用土样主要来源于汶川地震区,只有两个样品来源于其他区域,研究结果在其他地区的适用性需要做进一步研究。此外,实验土样的最大粒径为 1mm,本研究的结果能否用于粒径更粗的浆体,也需要开展进一步的实验研究。

参考文献 (References)

- [1] 舒安平,张志东,王乐,等. 基于能量耗损原理的泥石流分界粒径确定方法[J]. 水利学报, 2008, **38**(3): 257 – 263 [SHU Anping, ZHANG Zhidong, WANG Le, et al. Method for determining the critical grain size of viscous debris flow based on energy dissipation principle [J]. Shuili Xuebao, 2008, **38**(3): 257 – 263]
- [2] KONIJN B J, SANDERINK O B J, KRUYT N P. Experimental study of the viscosity of suspensions: effect of solid fraction, particle size and suspending liquid [J]. Powder Technology, 2014, **266**: 61 – 69
- [3] SHEWAN H M, STOKES J R. Analytically predicting the viscosity of hard sphere suspensions from the particle size distribution [J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2015, **222**: 72 – 81
- [4] PEDNEKAR S, CHUN J, MORRIS J F. Bidisperse and polydisperse suspension rheology at large solid fraction [J]. Journal of Rheology, 2018, **62**(2): 513 – 526
- [5] SENGUN M Z, PROBSTEIN R F. Bimodal model of slurry viscosity with application to coal-slurries. Part 2. High shear limit behavior [J]. Rheologica Acta, 1989, **28**(5): 394 – 401
- [6] SHAPIRO A P, PROBSTEIN R F. Random packings of spheres and fluidity limits of monodisperse and bidisperse suspensions [J]. Physical Review Letters, 1992, **68**(9): 1422 – 1425
- [7] QI F, TANNER R I. Random close packing and relative viscosity of multimodal suspensions [J]. Rheologica Acta, 2012, **51**(4): 289 – 302
- [8] KAMIEN R D, LIU A J. Why is random close packing reproducible [J]. Physical Review Letters, 2007, **99**(15): 155501
- [9] OUCHIYAMA N, TANAKA, T. Porosity of a mass of solid particles having a range of sizes [J]. Industrial & Engineering Chemistry, Fundamentals, 1981, **20**(1): 66 – 71
- [10] LEE D I. Packing of spheres and its effect on the viscosity of suspensions [J]. Journal of Paint Technology, 1970, **42**: 579 – 587
- [11] 刘猛,陈良勇,段钰锋. 煤浆浓度和颗粒分布对煤浆黏度预测的影响[J]. 燃料化学学报, 2009, **37**(3): 266 – 270 [LIU Meng, CHEN Liangyong, DUAN Yufeng. Influence of concentration and particle size distribution on viscosity prediction of coal slurry [J]. Journal of Fuel Chemistry and Technology, 2009, **37**(3): 266 – 270]
- [12] PATTON T C. Paint flow and pigment dispersion: a rheological approach to coating and ink technology [M]. New York: John Wiley & Sons Incorporation, 1979: 150
- [13] DABAK T, YUCEL O. Shear viscosity behaviour of highly concentrated suspensions at low and high shear rates [J]. Rheologica Acta, 1986, **25**(5): 527 – 533
- [14] 南京水利科学研究院. 土工试验规程 SL237 – 1999 [S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999: 97 – 104 [Nanjing Hydraulic Research Institute. Soil test procedure SL237 – 1999 [S]. Beijing: China WaterPower Press, 1999: 97 – 104]
- [15] 倪晋仁,王光谦. 泥石流的结构两相流模型: I. 理论 [J]. 地理学报, 1998, **53**(1): 66 – 76 [NI Jinren, WANG Guangqian. Conceptual two-phase flow model of debris flow: I. theory [J]. Acta Geographica Sinica, 1998, **53**(1): 66 – 76]
- [16] MARCHESINI F H, NACCACHE M F, ABDU A, et al. Rheological characterization of yield-stress materials: flow pattern and apparent wall slip [J]. Applied Rheology, 2015, **25**: 1 – 10
- [17] COUSSOT P, LAIGLE D, ARATTANO M, et al. Direct determination of rheological characteristics of debris flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998, **124**(8): 865 – 868
- [18] 王裕宜,詹钱登,严璧玉,等. 泥石流流体的流变特性与运移特征 [M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2014: 141 – 143 [WANG Yuyi, ZHAN Qiangdeng, YAN Biyu, et al. Debris-flow rheology and movement [M]. Changsha: Hunan Science and Technology Press, 2014: 141 – 143]
- [19] O'BRIEN J S, JULIEN P Y. Laboratory analysis of mudflow properties [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1988, **114**(8): 877 – 887
- [20] MAJOR J J, PIERSON T C. Debris flow rheology: experimental analysis of fine-grained slurries [J]. Water Resources Research, 1992, **28**(3): 841 – 857
- [21] SOSIO R, CROSTA G B. Rheology of concentrated granular suspensions and possible implications for debris flow modeling [J]. Water Resources Research, 2009, **45**: W03412
- [22] KRIEGER I M, DOUGHERTY T J. A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres [J]. Transactions of the Society of Rheology, 1959, **3**: 137 – 148
- [23] CHONG J S, CHRISTIANSEN E B, BAER A D. Rheology of concentrated suspensions [J]. Journal of Applied Polymer Science, 1971, **15**(8): 2007 – 2021
- [24] LIU D M. Particle packing and rheological property of highly-concentrated ceramic suspensions: ϕ_m determination and viscosity prediction [J]. Journal of Materials Science, 2000, **35**(21): 5503 – 5507
- [25] ZARRAGA I E, HILL D A, LEIGHTON Jr D T. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids [J]. Journal of Rheology, 2000, **44**(2): 185 – 220
- [26] HORRI B A, RANGANATHAN P, SELOMULYA C, et al. A new empirical viscosity model for ceramic suspensions [J]. Chemical Engineering Science, 2011, **66**(12): 2798 – 2806
- [27] EINSTEIN A. Eine neue bestimmung der moleküldimensionen

- [J]. *Annalen der Physik*, 1906, **324**(2): 289–306
- [28] HONEK T, HAUSNEROVA B, SAHA P. Relative viscosity models and their application to capillary flow data of highly filled hard-metal carbide powder compounds [J]. *Polymer Composites*, 2005, **26**(1): 29–36
- [29] BLISSETT R S, ROWSON N A. An empirical model for the prediction of the viscosity of slurries of coal fly ash with varying concentration and shear rate at room temperature [J]. *Fuel*, 2013, **111**: 555–563
- [30] VU T S, OVARLEZ G, CHATEAU X. Macroscopic behavior of bidisperse suspensions of noncolloidal particles in yield stress fluids [J]. *Journal of Rheology*, 2010, **54**(4): 815–833

Determination of the Maximum Packing Fraction for Calculating Slurry Viscosity of Debris Flow

YANG Hongjuan^{1,2}, WEI Fangqiang³, HU Kaiheng²

(1. Key Laboratory of Mountain Hazards and Earth Surface Process, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China;

2. Institute of Mountain Hazards and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China;

3. Chongqing Institute of Green and Intelligent Technology, Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China)

Abstract: The slurry viscosity is an important parameter for the numerical simulation of debris flows. It is usually calculated by formulas which define the relationship between relative viscosity (η_r) and particle volume fraction (ϕ). However, the maximum packing fraction (ϕ_m) is pre-requisite when using these formulas. It represents the solid fraction at which the relative viscosity approaches infinity. To study the method for determining the maximum packing fraction, fine particle samples (≤ 1 mm) collected at nine debris-flow gullies, most of which were located in the area affected by the Wenchuan Earthquake, were used to perform rheological tests. The median grain size of the geo-materials ranged from 0.011 to 0.081 mm. Slurries with different solid concentrations were prepared for each type of sample. The shear stress-rotational speed curves were measured using the concentric cylinder system of an Anton Paar MCR301 rheometer, and they were further used to derive the plastic viscosity with the Bingham model. Then the relative viscosity was computed as the ratio of the plastic viscosity of the slurry to the viscosity of water measured at a same temperature. Six widely used $\eta_r - \phi$ formulas were finally utilized to derive ϕ_m for each sample based on the associated experimental data. Values of ϕ_m obtained from different formulas were examined. The relations between ϕ_m and some characteristic solid fractions of the experimental samples, including random loose packing fraction, random close packing fraction, compaction fraction, and deposition fraction, were also analyzed. It revealed that different $\eta_r - \phi$ formulas would give different ϕ_m values for the same geo-material. However, a linear relationship was found between ϕ_m and the compaction fraction for a given $\eta_r - \phi$ formula. Consequently, empirical relationships had been established to estimate the ϕ_m parameter in $\eta_r - \phi$ formulas employed in the present study. Moreover, an exponential relationship was found between η_r and ϕ/ϕ_{CP} . These findings are expected to be useful in estimating the plastic viscosity of mud slurries with medium to high concentrations.

Key words: debris flow; slurry; viscosity; maximum packing fraction; Bingham model