

文章编号: 1008-2786-(2020)3-416-09

DOI:10.16089/j.cnki.1008-2786.000521

滚石颗粒随机碰撞模型的理论分析

孙金龙, 段绍臻*

(兰州理工大学 甘肃省土木工程防灾减灾重点实验室, 兰州 730050)

摘 要: 准确预测滑坡滚石随机碰撞后的力学特性对滚石灾害预测与防治工作具有重要的意义。为了探究影响滚石一壁面碰撞过程的随机因素, 本文选取了碰撞过程中 4 个主要影响因素(入射速度、初始旋转角速度、入射角度以及碰撞角度), 建立滚石随机碰撞理论模型, 基于接触理论得到滚石碰撞过程中的基本方程, 进而推导出滚石碰撞后速度公式, 并且结合工程算例分析了入射速度、入射角以及初始旋转角速度对滚石的反弹速度、运动轨迹以及总动能的影响。结果显示: (1) 滚石颗粒入射速度、角度以及旋转角速度对碰撞过程影响显著; (2) 当滚石入射速度增加时, 滚石碰后水平运动距离呈线性增大, 垂向最大弹跳高度和碰后总动能成幂函数型增大; (3) 当滚石入射角增大时, 滚石碰后水平运动距离、垂向弹跳高度均呈减小趋势, 前者幅度远大于后者, 碰后总动能随着入射角的增大不断减小; (4) 当滚石的初始旋转由顺时针变为逆时针增大时, 滚石发生回弹现象, 水平运动距离不断增大, 垂向最大弹跳高度逐渐减小, 碰后的总动能随着初始旋转的改变先减小后增大。该随机碰撞模型可为滚石的运动轨迹以及冲击能量的预测以及滚石灾害防治提供一定的理论依据。

关键词: 滚石; 碰撞; 反弹速度; 初始旋转; 运动轨迹

中图分类号: P642

文献标志码: A

滚石运动是指危险岩块由于地震、泥石流或滑坡等自然以及人为因素导致其从母体上崩塌、旋转滚落、碰撞并最终静止到坡底的过程^[1-2], 其具有突发性高、随机性强、影响范围广等特点, 对周边建筑设施、道路交通以及人民的生命安全具有极大威胁, 是我国常见的地质灾害之一。

当滚石的高能冲击以及不确定的运动轨迹^[3-7]对周围构筑物以及人们的生产生活带来威胁时, 便形成了滚石灾害。在此过程中, 滚石碰撞阶段是一个典型的随机过程, 该过程直接影响滚石灾害预测的重要参数——碰后滚石运动轨迹以及冲击能量, 是滚石运动研究的重点。已有专家学者对滚石一壁面

碰撞后速度、冲击力以及运动轨迹进行了详细的研究^[8], 尤其开展了较为详细、珍贵的试验研究, 通过实验分析了各种随机因素对滚石一壁面碰撞后力学特性^[8]的影响。其中吕庆的试验结果显示, 在相同的冲击条件下, 滚石碰撞后的反弹参数不是一个固定的值, 即从试验的角度反映出滚石碰撞过程的高度随机性^[9-10]。

滚石运动的理论研究通过建立简化模型^[11-12, 17]来提高对碰撞过程的认识, 是量化参数、随机因素分析的主要研究手段。虽然研究者很早就认识到随机性的重要性, 但有关滚石一壁面碰撞过程随机性^[8, 13-15]的相关研究并不多见, 也不系统。

收稿日期 (Received date): 2019-07-25; **改回日期** (Accepted date): 2020-05-27

基金项目 (Foundation item): 国家自然科学基金项目(11702124)。[National Natural Science Foundation of China (11702124)]

作者简介 (Biography): 孙金龙(1994-), 男, 河南三门峡人, 硕士研究生, 主要研究方向: 颗粒系统力学性能。[SUN Jinlong (1994-), male, born in Sanmenxia, Henan province, M. Sc. candidate, research on mechanical properties of particle system] E-mail: 718707607@qq.com

* **通讯作者** (Corresponding author): 段绍臻(1982-), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向: 颗粒系统力学性能及结构工程。[DUAN Shaozhen (1982-), female, Ph. D., associate professor, research on mechanical properties and structural engineering of granular systems] E-mail: dszbest@126.com

此外,自然界中滚石在与壁面碰撞前常伴有一定大小的旋转^[16-18],颗粒旋转直接影响碰撞点的摩擦作用^[19],继而影响碰后速度大小以及带来新的能量耗散^[20],但初始旋转对颗粒碰撞过程的影响往往被忽视^[21]。因此,已有滚石碰撞理论预测结果与实测结果出入较大,导致滚石灾害精准预测困难致使灾害被动防护措施失效继而发生二次滚石灾害。

本文针对自然界中的滚石碰撞过程,选取4个主要影响因素(入射速度、初始旋转角速度、入射角度以及碰撞角度),基于接触理论建立随机碰撞模型;将理论模型结果结合实际工程算例,重点分析入射速度、入射角以及初始旋转角速度三个随机影响因素对滚石碰撞过程的影响规律。

1 基于滑坡滚石碰撞的随机模型

1.1 颗粒随机碰撞模型的建立

滚石碰撞是一个多种因素影响的随机过程,同时也是复杂的能量转化过程。首先对该模型作以下假设:(1) 将滚石简化为一个球体且质量均匀分布,在二维空间中研究其运动过程;(2) 滚石与滚石/壁面之间的碰撞为不完全非弹性碰撞;(3) 滚石在空中运动时仅受到重力作用。假设两球的质量分别为 m_1 和 m_2 (kg),半径为 R_1 和 R_2 (m),滚石 A 的入射速度为 V_A (m/s),初始旋转角速度为 ω (rad/s),而滚石 B 静止在坡面上。该模型考虑了滚石的初始旋转角速度、入射速度、入射角等随机参数表征滚石运动的随机性,同时引入碰撞角表征微地形对滚石运动的影响。整个碰撞过程分为压缩阶段和恢复阶

段,模型如图1所示。

在图(1)中,滚石 A 与地表滚石 B 的碰撞接触点为 J_1 ,滚石 B 与地面之间的接触点定义为 J_2 。将 V_A 与水平方向 X 轴所夹的角度记为入射角度 $\theta_0(^{\circ})$;将滚石颗粒 A、B 质心连线与水平方向的夹角记为碰撞角 $\beta(^{\circ})$ 。该模型同样适用于滚石对坡面之间的非弹性碰撞,即当滚石 B 的半径无限大, R_2 和 m_2 均趋近于无穷大时。

1.2 颗粒随机碰撞方程的建立

根据冲量及冲量矩定理对滚石碰撞过程的各个阶段进行分析^[22-23],当两球发生碰撞,进入压缩阶段,对于滚石 A:

$$S'_{\tau} = m_A [U'_{Ax} \sin \beta + U'_{Ay} \cos \beta - V_A \sin(\beta - \theta_0) - \omega R_A] \quad (1)$$

$$S'_n = m_A [U'_{Ay} \sin \beta - U'_{Ax} \cos \beta + V_A \cos(\beta - \theta_0)] \quad (2)$$

根据冲量矩定理可得:

$$S'_{\tau} R_A = \frac{1}{2} m_A (\omega'_A - \omega) R_A^2 \quad (3)$$

以滚石 B 为研究对象,根据冲量定理可得:

$$S'_n \cos \beta - S'_{\tau} \sin \beta + S'_2 = m_B U'_{Bx} \quad (4)$$

$$S'_1 - S'_n \sin \beta - S'_{\tau} \cos \beta = m_B U'_{By} \quad (5)$$

根据冲量矩定理可得:

$$(S'_{\tau} + S'_2) R_B = \frac{1}{2} m_B \omega'_B R_B^2 \quad (6)$$

在碰撞整个完整过程中,依据冲量定理、冲量矩定理得出的力学方程有:

以滚石 A 为研究对象,根据冲量定理可得:

$$S_{\tau} = m_A [U_{Ax} \sin \beta + U_{Ay} \cos \beta - V_A \sin(\beta - \theta_0) - \omega R_A] \quad (7)$$

$$S_n = m_A [U_{Ay} \sin \beta - U_{Ax} \cos \beta + V_A \cos(\beta - \theta_0)] \quad (8)$$

根据冲量矩定理可得:

$$S_{\tau} R_A = \frac{1}{2} m_A (\omega_A - \omega) R_A^2 \quad (9)$$

以滚石 B 为研究对象,根据冲量定理可得:

$$S_n \cos \beta - S_{\tau} \sin \beta + S_2 = m_B U_{Bx} \quad (10)$$

$$S_1 - S_n \sin \beta - S_{\tau} \cos \beta = m_B U_{By} \quad (11)$$

根据冲量矩定理可得:

$$(S_{\tau} + S_2) R_B = \frac{1}{2} m_B \omega_B R_B^2 \quad (12)$$

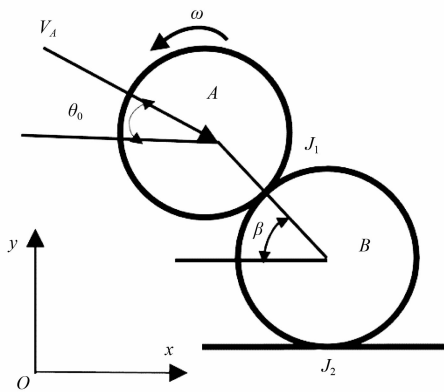


图1 滚石随机碰撞模型

Fig. 1 The random collision model of rockfall

方程(1)~(6)为滚石碰撞压缩过程所遵循的力学方程。其中 U'_{Ax} 、 U'_{Ay} 分别代表了滚石 A 在挤压阶段结束时水平和垂向速度分量(m/s); U'_{Bx} 、 U'_{By} 分别代表了滚石 B 在挤压阶段结束时水平和垂向速度分量(m/s); ω'_A 、 ω'_B 分别代表了滚石 A、B 在挤压阶段结束时的旋转角速度(rad/s); S'_n 、 S'_τ 分别代表了滚石 A、B 之间的法向碰撞冲量和切向碰撞冲量(kg·m/s); S'_1 、 S'_2 是在碰撞过程中压缩变形达到最大时地面作用在滚石 B 上的垂向冲量和水平冲量(kg·m/s)。方程(7)~(12)是滚石整个碰撞过程的基本方程。 U_{Ax} 、 U_{Ay} 分别代表了滚石 A 在碰撞结束时水平和垂向速度分量(m/s); U_{Bx} 、 U_{By} 分别代表了滚石 B 在碰撞结束时水平和垂向速度分量(m/s); ω_A 、 ω_B 分别代表了滚石 A、B 在碰撞结束时的旋转角速度(rad/s); S_n 、 S_τ 分别是滚石 A、B 接触点位置处的法向和切向冲量(kg·m/s); S_1 、 S_2 分别代表了碰撞结束时滚石 B 受到地面碰撞冲量的垂向和水平冲量(kg·m/s)。

由接触点 J_1 、 J_2 的速度连接条件得到方程:

$$U'_{Ax} \cos \beta - U'_{Ay} \sin \beta = U'_{Bx} \cos \beta - U'_{By} \sin \beta \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \omega'_A R_A + U'_{Ax} \sin \beta + U'_{Ay} \cos \beta = \\ -\omega'_B R_B + U'_{Bx} \sin \beta + U'_{By} \cos \beta \end{aligned} \quad (14)$$

$$U'_{By} = 0 \quad (15)$$

$$\omega'_B R_B + U'_{Bx} = 0 \quad (16)$$

鉴于滚石碰撞过程为不完全非弹性碰撞,采用 Newton 定义引入法向碰撞恢复系数 k_1 、切向恢复系数 k_2 :

$$k_1 = \frac{U_{Ay} \sin \beta - U_{Ax} \cos \beta - (U'_{Ay} \sin \beta - U'_{Ax} \cos \beta)}{U'_{Ay} \sin \beta - U'_{Ax} \cos \beta + V_A \cos(\beta - \theta_0)} \quad (17)$$

$$k_2 = \frac{[U_{Ay} \cos \beta + U_{Ax} \sin \beta + \omega_A R_A - (U'_{Ay} \cos \beta + U'_{Ax} \sin \beta + \omega'_A R_A)]}{[U'_{Ay} \cos \beta + U'_{Ax} \sin \beta + \omega'_A R_A - (V_A \sin(\beta - \theta_0) + \omega R_A)]} \quad (18)$$

上述方程中的冲量之间也满足如下关系:

$$S_n = (1 + k_1) S'_n \quad (19a)$$

$$S_1 = (1 + k_1) S'_1 \quad (19b)$$

$$S_\tau = (1 + k_2) S'_\tau \quad (20a)$$

$$S_2 = (1 + k_2) S'_2 \quad (20b)$$

1.3 基本方程的解析解

利用 Matlab 软件将以上方程进行求解,可以求出 U_{Ax} 、 U_{Ay} 、 ω_A 的解析解,结果为:

$$\begin{aligned} U_{Ax} = & (-2V_A (\sin^3 \beta m_A + 2m_A \sin \beta^2 + (m_A (k_1 - k_2 \\ & + 3) \cos \beta^2 - \frac{3}{2} k_2 m_B + m_A + 3m_B) \sin \beta + m_A \\ & \cos \beta^2 (k_1 + 1)) \sin(\theta_0 - \beta) + 6 \cos \beta V_A \\ & (-\frac{1}{3} m_A (k_1 - k_2 - 1) \sin \beta^2 - \frac{2}{3} m_A (k_1 - \\ & \frac{1}{2} k_2 - \frac{1}{2}) \sin \beta + m_A \cos \beta^2 - \frac{1}{3} k_1 (m_A + \\ & \frac{9}{2} m_B)) \cos(\theta_0 - \beta) + 4R_A (\frac{1}{2} \sin^3 \beta m_A + \\ & m_A \sin \beta^2 + (m_A (k_1 - k_2 + \frac{3}{2}) \cos \beta^2 - \\ & \frac{3}{2} k_2 m_B + \frac{1}{2} m_A + \frac{3}{4} m_B) \sin \beta + m_A \cos \beta^2 (k_1 \\ & + 1)) \omega / ((\sin \beta^2 + \cos \beta^2) (2m_A \sin \beta^2 + \\ & 6m_A \cos \beta^2 + 4 \sin \beta m_A + 2m_A + 9m_B)) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} U_{Ay} = & (2V_A ((k_2 - 2) \sin \beta + k_2 + 1) m_A \cos \beta^2 + \\ & \sin \beta k_1 (m_A \sin \beta^2 + 2 \sin \beta m_A + m_A + \frac{9}{2} m_B)) \\ & \cos(\theta_0 - \beta) - 4 \cos \beta (-\frac{1}{2} V_A (m_A (k_2 - 2) \\ & \cos \beta^2 + k_1 m_A \sin \beta^2 + m_A (k_1 - 1) \sin \beta + \\ & \frac{3}{2} k_2 m_B - m_A - 3m_B) \sin(\theta_0 - \beta) + R_A \\ & (m_A (k_2 - \frac{1}{2}) \cos \beta^2 + m_A (k_2 + \frac{1}{2}) \sin \beta^2 + \\ & k_1 m_A \sin \beta + \frac{3}{2} k_2 m_B - \frac{1}{2} m_A - \frac{3}{4} m_B) \omega) \\ & \cos \beta / ((\sin \beta^2 + \cos \beta^2) (2m_A \sin \beta^2 + 6m_A \\ & \cos \beta^2 + 4 \sin \beta m_A + 2m_A + 9m_B)) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \omega_A = & (4m_A V_A \cos \beta (k_2 + 1) (\sin \beta + 1) \cos(\theta_0 - \beta) \\ & + 4V_A (k_2 + 1) (m_A \cos \beta^2 + \frac{3}{2} m_B) \sin(\theta_0 - \beta) \\ & + 2R_A ((-4k_2 - 1) m_A \cos \beta^2 + m_A \sin \beta^2 + 2m_A \\ & \sin \beta - 6k_2 m_B + m_A - \frac{3}{2} m_B) \omega) / (R_A (2m_A \\ & \sin \beta^2 + 6m_A \cos \beta^2 + 4 \sin \beta m_A + 2m_A + 9m_B)) \end{aligned} \quad (23)$$

1.4 理论模型的验证

为验证上述理论模型有效性,将其结果与章广成等^[24]野外试验结果进行对比,计算参数依据文献选取,如表 1 所示。

在相同冲击粒径、入射速度及角度的条件下,考虑滚石碰撞位置的随机性,得到反弹颗粒速度均值和方差的结果与试验结果^[24]对比如图 2 所示(其中 $\rho = 2390 \text{ kg/m}^3$),实心方形离散点代表试验值,圆形离散点则为理论计算均值(未考虑初始旋转),空心离散点代表考虑初始旋转时的理论模型反弹速度均值, I 代表反弹速度方差。由图 2 可知,本文的理论均值和方差可涵盖试验值,理论结果与试验值吻合较好,当考虑滚石的初始旋转角速度时,理论得到的反弹速度与试验结果更加接近。此外,对于碰撞随机过程来说,利用均值和方差来表征更合理。因此,该理论模型有效可行。

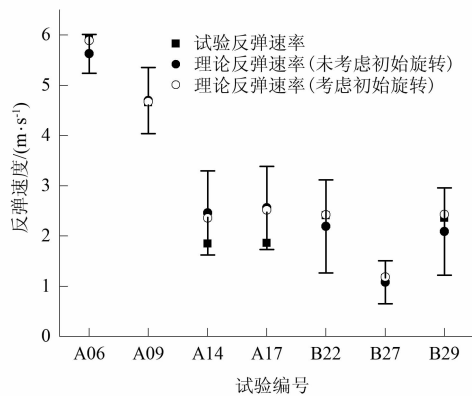


图 2 理论模型结果与野外试验结果对比图

Fig.2 Comparison of theoretical results with experimental results

2 工程算例

为进一步验证该模型的适用性,故选取湖北省恩施市的石马岭试验场地,通过上述理论方法对该工程算例进行计算分析。

该场地为一废弃矿山,边坡底部为较宽阔的平台,底部碰撞垫层选择光滑基岩裸露面。其碰撞恢复系数由章广成等^[24]野外试验得到,相关计算参数如表 2 所示。根据上述参数,利用理论模型重点分析了不同因素对碰后速度、运动轨迹以及总动能的影响。滚石碰撞示意如图 3 所示。

表 2 滚石冲击计算参数

Tab.2 Rockfall impact calculation parameters

参数名称	质量/kg	半径/m	密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	k_1	k_2
参数值	100	0.10	2390	0.62	0.15

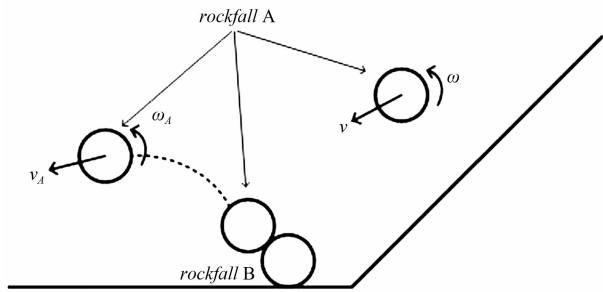


图 3 滚石碰撞示意图

Fig.3 Schematic diagram of rockfall collision

表 1 计算结果与野外试验数据对比

Tab.1 Comparison of the calculated data and experimental data

No.	R/m	$\theta_0/(^\circ)$	k_1	k_2	$V_1/(m \cdot s^{-1})$	$V_2/(m \cdot s^{-1})$	$V_3/(m \cdot s^{-1})$
A06	0.061	82	0.63	0.21	5.92	5.63	9.47
A09	0.063	72	0.60	0.05	4.66	4.70	8.16
A14	0.056	40	0.62	0.15	1.85	2.46	4.46
A17	0.061	20	0.80	0.34	1.86	2.56	4.42
B22	0.100	20	0.58	0.54	2.41	2.19	4.42
B27	0.090	30	0.58	0.52	1.16	1.08	2.17
B29	0.100	40	0.47	0.54	2.36	2.09	4.60

注: R 为等效半径, V_1 为试验反弹速度, V_2 为理论反弹速度($\omega = 0 \text{ rad/s}$), V_3 为考虑初始旋转的理论反弹速度。

2.1 入射速度大小对碰撞过程的影响

通过改变入射速度的大小,分析对碰撞过程的影响。假定滚石碰撞的入射角为 50° ,碰撞角为 60° ,滚石的物理参数如表 2 所示,其初始旋转角速度为 100 rad/s 。结果如图 4 所示。

结果表明,在其他条件一定时,入射速度增大,反弹线速度以及角速度都随之增大,且与运动方向一致,而对于垂向速度分量则无明显影响,水平距离呈近似线性增大,弹跳高度随着入射速度的增大呈幂函数增长,在滚石的速度恢复至最大时的总动能也呈幂函数增大。

2.2 入射角对碰撞过程的影响

入射角反映了滚石运动不可控的随机性。研究入射角对滚石碰撞过程的影响,以上述案例中的计算参数为基础,假设入射速度为 10 m/s ,碰撞角 $\beta = 60^\circ$,参考已有研究^[22]确定入射角的范围,分析不同入射角对滚石的反弹速度、运动距离以及碰后总动

能的变化规律。

由图 5 可知,其他条件相同的情况下,滚石碰撞的入射角增大,反弹线速度随之减小,而对垂向速度分量影响不明显,滚石的旋转角速度随着入射角的增大先顺时针减小之后逆时针增大,水平距离和弹跳高度逐渐减小,且前者减小幅度远大于后者,滚石碰后的总动能不断减小。由此可见,滚石的非对心碰撞所带来的危害程度大于对心碰撞。

2.3 滚石的初始旋转角速度对碰撞过程的影响

滚石的初始旋转对其运动过程和力学特性是有影响的,且是不可忽略的重要因素^[21]。假设滚石的入射速度为 10 m/s ,入射角 $\alpha = 50^\circ$,碰撞角 $\beta = 60^\circ$,其他条件相同,研究不同的初始旋转角速度对碰撞后滚石力学特性的影响。

结果分析表明,当初始旋转角速度为顺时针旋转时,滚石的水平速度分量为负,其水平距离与运动方向相反,即滚石发生回弹现象,而当初始旋转为逆

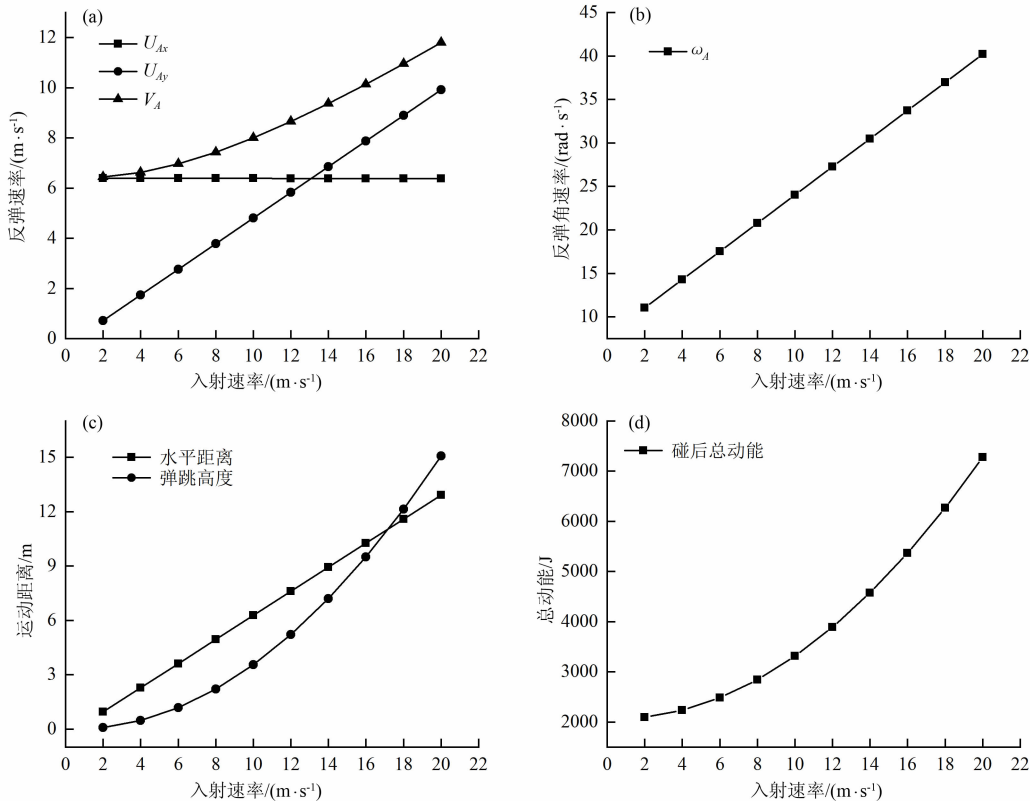


图 4 不同入射速度下滚石力学特性变化曲线:(a)反弹速度(b)反弹角速度(c)运动轨迹(d)总动能

Fig. 4 Curve of mechanical properties of rockfall under different incident velocity

(a) Rebound velocity (b) Rebound rotation velocity (c) Motion trajectory (d) Total kinetic energy

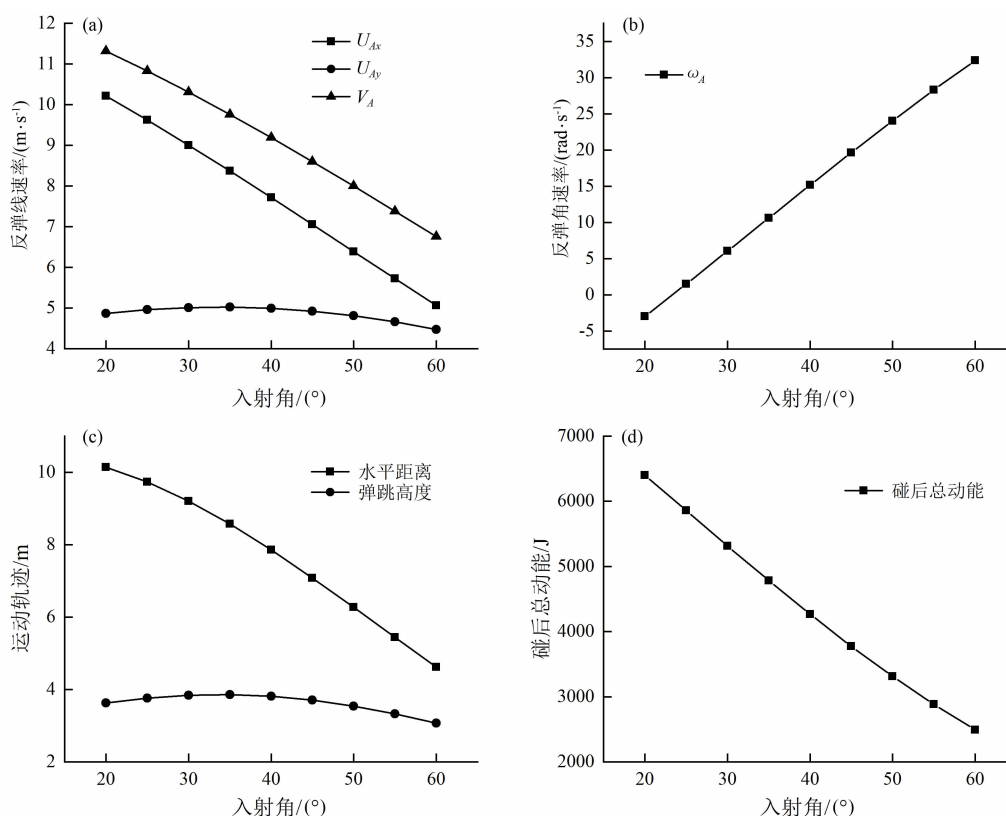


图5 不同入射角下滚石力学特性变化曲线:(a)反弹速度(b)反弹角速度(c)运动轨迹(d)总动能

Fig.5 Curve of mechanical properties of rockfall under different incident angles

(a) Rebound velocity (b) Rebound rotation velocity (c) Motion trajectory (d) Total kinetic energy

时针增大时,滚石的速度以及碰后旋转角速度不断增大,其水平距离也呈近似线性增长,碰后的总动能随着初始旋转的改变先减小后增大。由图6可以看出,当考虑初始旋转时,滚石的碰后总动能最大可达到26000 J,而 $\omega = 0 \text{ rad/s}$ 时,总动能仅有1400 J,其低估率高达94.6%。综上所述,滚石的初始旋转的方向和大小对滚石灾害的范围以及冲击能量的影响不可忽略。

3 结论

结合实际滚石碰撞过程,利用冲量、冲量矩定理研究滚石碰撞的力学机理,主要分析了滚石与滚石/壁面接触到分离的整个阶段,并且结合实际工程重点分析了不同影响因素对滚石碰撞过程的影响程度。

(1)考虑滚石初始旋转、入射速度、入射角、碰撞角等多种影响因素,给出了滚石颗粒碰撞理论模型,并得到滚石碰后的速度解析解。

(2)通过工程算例的分析,指出入射速度、入射角以及初始旋转对滚石碰撞过程影响显著,不容忽视。

(3)工程实例的分析结果表明:随着入射速度增大,滚石碰后水平运动距离呈线性增大,垂向最大弹跳高度和碰后总动能成幂函数型增大;随入射角度增大,反弹线速度随之减小,滚石碰后水平运动距离不断减小,弹跳高度无明显变化,碰后总动能随着入射角的增大不断减小;初始旋转角速度方向影响滚石运动方向,当初始旋转有顺时针变为逆时针增大时,滚石水平运动距离不断增大,而弹跳高度减小趋势不明显,碰后总动能随着初始旋转的改变先减小后增大。

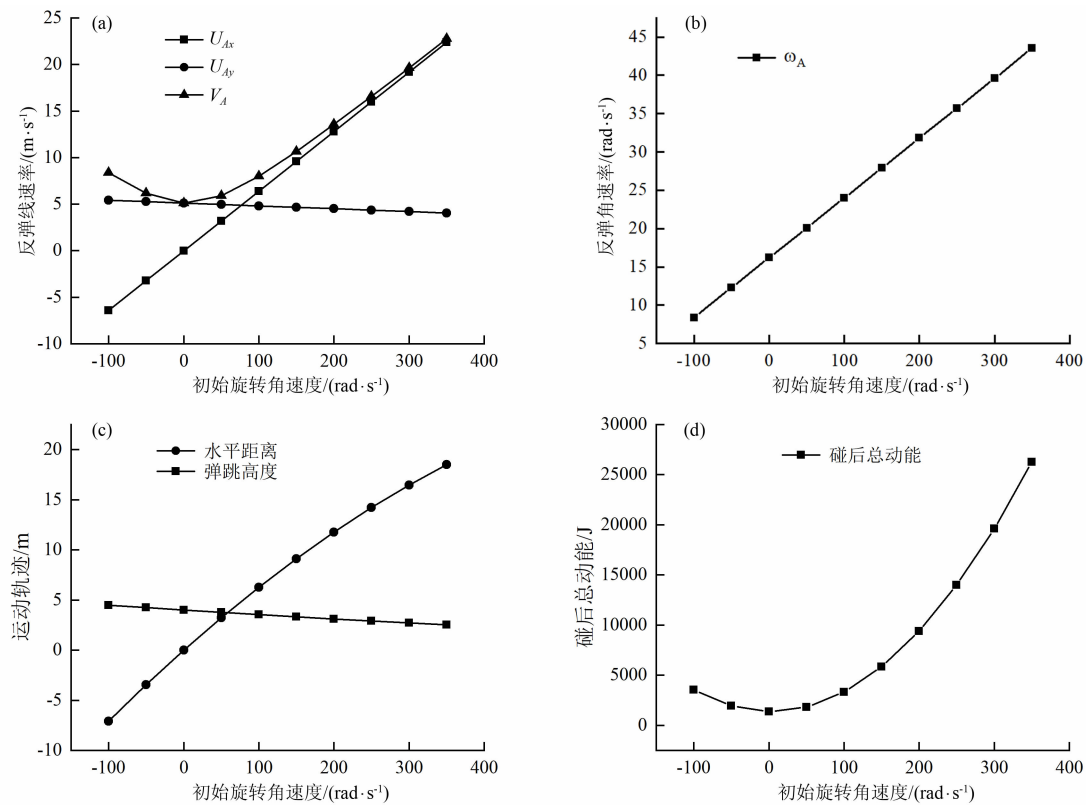


图6 不同初始旋转下滚石力学特性变化曲线:(a)反弹速度(b)反弹角速度(c)运动轨迹(d)总动能

Fig.6 Curve of mechanical properties of rockfall under different initial rotation;

(a) Rebound velocity (b) Rebound rotation velocity (c) Motion trajectory (d) Total kinetic energy

参考文献 (References)

- [1] 何思明. 滚石对防护结构的冲击压力计算[J]. 工程力学, 2010, **27**(9): 175 - 180. [HE Siming. Calculation of compact pressure of rock-fall on shield structures [J]. Engineering Mechanics, 2010, **27**(9): 175 - 180]
- [2] 张路青, 杨志法, 许兵. 滚石与滚石灾害[J]. 工程地质学报, 2004, **12**(3): 225 - 231. [ZHANG Luqing, YANG Zhifa, XU Bing. Rock falls and rock fall hazards [J]. Journal of Engineering Geology, 2004, **12**(3): 225 - 231]
- [3] SHEN Weigang, ZHAO Tao, DAI Feng, et al. DEM analyses of rock block shape effect on the response of rockfall impact against a soil buffering layer [J]. Engineering Geology, 2018, **249**: 60 - 70.
- [4] AGLIARDI F, CROSTA G B, FRATTINI P. Integrating rockfall risk assessment and countermeasure design by 3D modelling techniques [J]. Natural Hazards and Earth System Science, 2009, **9**(4): 1059 - 1073.
- [5] LUUK K A, DORREN. A review of rockfall mechanics and modelling approaches [J]. Progress in Physical Geography, 2003, **27**(1): 69 - 87.
- [6] CROSTA G B, AGLIARDI F. Parametric evaluation of 3D dispersion of rockfall trajectories [J]. Natural Hazards and Earth System Science, 2004, **4**(4): 583 - 598.
- [7] VALAGUSSA A, FRATTINI P, CROSTA G B. Earthquake-induced rockfall hazard zoning [J]. Engineering Geology, 2014, **182**: 213 - 225.
- [8] 魏新容, 段绍臻, 孙金龙, 等. 基于碰撞模型的斜坡滚石颗粒速度预测[J]. 力学学报, 2020, **52**(3): 707 - 715. [WEI Xinrong, DUAN Shaozhen, SUN Jinlong, et al. Velocity prediction of slope rolling stone particle based on collision model [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, **52**(3): 707 - 715]
- [9] 吕庆, 周春峰, 于洋, 等. 滚石坡面碰撞破裂效应的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(s1): 3359 - 3366 [LU Qing, ZHOU Chunfeng, YU Yang, et al. Experimental study on fragmentation effects of rockfall impact upon slope [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(s1): 3359 - 3366]
- [10] 易伟, 余斌, 刘秧, 等. 滚石冲击力计算方法研究[J]. 山地学报, 2016, **34**(3): 310 - 316. [YI Wei, YU Bin, LIU Yang, et al. Research on calculation method of rockfall impact force [J]. Mountain Research, 2016, **34**(3): 310 - 316]
- [11] 杨海清, 周小平. 边坡落石运动轨迹计算新方法[J]. 岩土力学, 2009, **30**(11): 3411 - 3416. [YANG Haiqing, ZHOU Xiaoping. A new approach to calculate trajectory of rockfall [J].

- Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(11): 3411 – 3416]
- [12] 唐红梅, 易朋莹. 危岩落石运动路径研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2003, **25**(1): 17 – 23. [TANG Hongmei, YI Pengying. Research on dangerous rock movement route [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2003, **25**(1): 17 – 23]
- [13] HUANG Runqiu, LIU Weihua, ZHOU Jiangping, et al. Experimental field study of movement characteristics of rock blocks falling down a slope [J]. Journal of Earth Science, 2010, **21**(3): 330 – 339.
- [14] KOHNO M, TSUCHIDA A, KITASAKO K, et al. Laboratory experiment and numerical analysis of rockfall impacts [J]. Journal of the Society of Materials Science Japan, 2016, **65**(5): 377 – 383.
- [15] 于怀昌, 余宏明, 刘汉东. 边坡滚石运动学参数敏感性[J]. 山地学报, 2010, **28**(2): 154 – 160 [YU Huaichang, YU Hongming, LIU Handong. Study on the sensitivity of kinematic parameters for slope rockfall [J]. Mountain Research, 2010, **28**(2): 154 – 160]
- [16] ASTERIOU P, TSIAMBAOS G. Empirical model for predicting rockfall trajectory direction [J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 2015, **49**(3): 1 – 15.
- [17] ZHANG Shilin, YANG Xingguo, ZHOU Jiawen. A theoretical model for the estimation of maximum impact force from a rockfall based on contact theory [J]. Journal of Mountain Science, 2018, **15**(2): 430 – 443.
- [18] CUI Shenghua, PEI Xiangjun, HUANG Runqiu. Rolling motion behavior of rockfall on gentle slope: an experimental approach [J]. Journal of Mountain Science, 2017, **14**(08): 1550 – 1562.
- [19] 马良筠, 高安泽, 刘克远. 岩石某些力学参数的试验研究[J]. 力学学报, 1991, **23**(4): 507 – 512 [MA Liangyun, GAO Anze, LIU Keyuan. Experimental study on some mechanical parameters of rock [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1991, **23**(4): 507 – 512]
- [20] 王帅, 郝振华, 徐鹏飞, 等. 粗糙颗粒动力学及稠密气固两相流动的数值模拟[J]. 力学学报, 2012, **44**(2): 278 – 286. [WANG Shuai, HAO Zhenhua, XU Pengfei, et al. Kinetic theory of rough spheres and numerical simulation of dense gas-particles flow [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012, **44**(2): 278 – 286]
- [21] CHAU K T, WONG R H C, WU Jianjun. Coefficient of restitution and rotational motions of rockfall impacts [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, **39**(1): 69 – 77.
- [22] XIE Li, ZHENG Xiaojing, ZHOU Youhe. A theoretical study of the distribution of the initial velocity of saltating sand particles by collision [J]. Key Engineering Materials, 2003, 243 – 244: 613 – 618.
- [23] ZHENG Xiaojing, XIE Li, ZHOU Youhe. Exploration of probability distribution of velocities of saltating sand particles based on the stochastic particle – bed collisions [J]. Physics Letters A, 2005, **341**(1): 107 – 118.
- [24] 章广成, 向欣, 唐辉明. 落石碰撞恢复系数的现场试验与数值计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(6): 1266 – 1273 [ZHANG Guangcheng, XIANG Xin, TANG Huiming. Field test and numerical calculation of restitution coefficient of rockfall collision [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(6): 1266 – 1273]

Theoretical Analysis of the Random Collision Model of Rolling Stone Particle

SUN Jinlong, DUAN Shaozhen*

(Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation in Civil Engineering of Gansu Province,
Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: An accurate prediction of the mechanical features of the wall rolling stone particle after the random collision is vital for predicting, preventing, and managing the rockfall hazards. To study the effect of random factors of the rolling stone-wall surface collision process on the motion features of the rolling stone, we selected four primary influencing factors of the collision process (incident velocity, initial angular velocity of rotation, angle of incidence, and angle of collision). The random collision model of a rolling stone was constructed. Based on the basic equation of the rolling stone collision process obtained from the contact theory, the velocity formula after

rolling stone collision was derived. Then, the effect of incident velocity, angle of incidence, and initial angular velocity of rotation on the rebound velocity, motion trajectory, and total kinetic energy of rolling stones were analyzed through an engineering example. The incident velocity, angle of incidence, and initial angular velocity of rotation of the rolling stone had a strong effect on the collision process. The horizontal distance of the rolling stone after the collision increased linearly with its incident velocity, while the vertical maximum jumping height and total kinetic energy after the collision obeyed a power law. As the incident angle of the rolling stones increased, both the distance of horizontal motion and the vertical maximum jumping height after the collision decreased. Moreover, the former amplitude drop was much higher than that of the latter. The total kinetic energy of the rolling stones declined continuously after the collision as the incident angle increased. As the clockwise direction of the rolling stone initial rotation changed to anticlockwise one, the rolling stone rebounded. The horizontal distance increased continuously, while the vertical maximum jumping height decreased gradually. The total kinetic energy after collision first decreases and then increases with the change of the initial rotation. This random collision model is instrumental in the prediction of the rolling stone motion trajectory and impact energy, as well as the control and prevention of rockfall hazards.

Key words: rolling stone; collision; rebound velocity; initial rotation; motion trajectory